

离散时滞随机系统的一种均方有界事件驱动控制策略

高 毅^{1,2}, 李云骥², 彭 力²

(1. 江苏省传感网应用工程技术研究开发中心, 无锡职业技术学院, 江苏无锡 214121;
2. 物联网技术应用教育部工程研究中心, 江南大学, 江苏无锡 214122)

摘 要: 针对状态时滞随机系统, 应用事件驱动近似二次性能指标和随机均方有界理论, 同时考虑控制输入和事件决策, 设计了反馈控制器和相应的事件驱动控制策略. 基于状态反馈的事件驱动策略同时使用当前状态和时滞状态进行事件的触发, 并利用近似二次性能指标进行约束; 基于输出反馈的事件驱动策略使用当前状态进行事件的触发. 最后, 通过实验进行了仿真, 对事件驱动性能指标进行量化, 并与相关文献进行对比, 验证了所提出方案可以在保证系统性能的前提下有效减少通信传输, 延长无线传感网络的使用寿命.

关键词: 事件驱动控制; 均方有界; 时滞

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2020)03-0524-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.03.015

Mean-Square Boundedness on an Event-Triggered Control Strategy for Discrete-Time Stochastic Systems with Time-Delay

GAO Yi^{1,2}, LI Yun-ji², PENG Li²

(1. Jiangsu Provincial Sensor Network Engineering Technology Research Center, Wuxi Institute of Technology, Wuxi, Jiangsu 214121, China;
2. Engineering Research Center of IOT Technology Applications Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)

Abstract: This paper is concerned with the event-triggered controller and the corresponding event transmission rule for a class of stochastic system subject to state delay. The basic theories are approximate quadratic performance index and mean-square boundedness theory. First, the event-triggered state feedback control scheme constrained by the approximate quadratic performance index is proposed which used the current state and time-delay state simultaneously. Subsequently, an event-triggered output feedback control scheme is established which eliminates the influence of the state-delay terms according to the mean-square boundedness theory. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed strategies.

Key words: event-triggered control; mean-square boundedness; time delay

1 引言

网络化控制系统的传感器、控制器和执行器分布在不同空间, 由通信网络连接在一起组成闭环控制系统. 当通信带宽有限时, 同一时间只有部分系统组件能够获得通信资源进行数据交换, 导致介质访问约束现象, 影响系统性能, 甚至造成系统失稳^[1,2]. 另一方面, 对于使用电池供电的无线传感器和执行器, 电池寿命直接决定了整个系统的使用寿命, 实验结果表明, 延长

无线传感器和执行器电池寿命的最佳方法是减少通信次数^[3]. 所以最近的研究主张用事件驱动通信替换周期性通信^[4]. 相比时间驱动的系统, 共享网络可以支持更多的基于事件的系统^[5,6].

国内外很多学者对事件驱动的控制问题进行了深入研究, 并应用于不同类型的控制系统中^[7-12]. 例如, 文献[7]针对受高斯噪声干扰的离散线性系统设计了参数可调的事件触发机制, 对周期性控制和事件驱动控制在传输比率和性能比率二个方面进行了比较. 文

献[8~10]针对不确定系统的事件驱动策略进行了研究,其中部分理论还适用于非线性系统.文献[11,12]针对具有传输时延的系统设计了事件驱动控制策略.随着人们研究的不断深入,研究的系统对象越来越复杂,为了能获得更好的控制效果,环境干扰以及系统未能建模部分的影响变成必须要考虑的因素,而这些都建立在随机系统的理论基础之上^[13-15].文献[16]针对受高斯白噪声激励的线性随机系统设计了一种基于状态反馈的事件驱动控制策略.然而在多数实际应用中,状态信息往往不可测或只有部分可测,需要设计基于输出反馈的控制器,相比基于状态的事件驱动控制,基于输出的方案更难设计和优化^[17].

另一方面,在工业过程控制中,状态时滞现象普遍存在,很多学者对状态时滞系统的周期性控制进行了研究^[18-21],其中文献[18]和[19]针对同一具有状态时滞的离散系统分别设计了周期性状态反馈控制器和输出反馈控制器.文献[20]和[21]针对固定时延系统的稳定性进行了研究.然而针对状态时滞系统的事件驱动控制策略却没有被提到过,相比无时滞系统,时滞系统的事件驱动控制受时滞状态的影响,设计难度有所增加.

基于以上讨论,本文重点研究状态时滞随机系统的事件驱动控制策略.首先假定状态信息完全可测,设计了基于状态反馈的事件驱动控制策略.之后针对实际应用中状态信息往往不可测或只有部分可测的问题,设计了基于输出反馈的事件驱动控制策略.

2 系统描述

考虑以下离散时滞随机系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k-d) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \end{cases} \quad (1)$$

k 为整数, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ 是传感器测量输出, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$ 、 $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^p$ 是不相关的零均值高斯随机噪声向量,方差分别为 \mathbf{Q}_w 和 \mathbf{R}_v . $d > 0$ 为时间滞后参数, \mathbf{A} 、 \mathbf{A}_d 、 \mathbf{B} 和 \mathbf{C} 为对应维度的常数矩阵. 系统结构如图 1 所示:

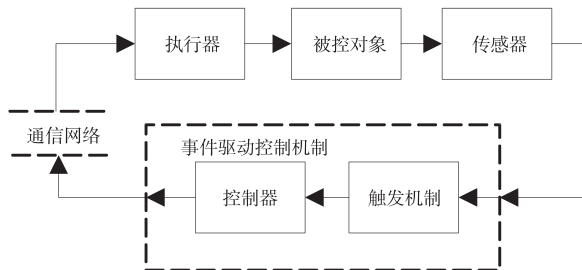


图1 系统结构图

定义 $a(k) \in \{0,1\}$ 为事件驱动决策变量,在每一个传输时刻,通过 $a(k)$ 决定是否要发送控制量. 为方便后读讨论,下面给出均方稳定的定义以及定理证明用到的相关引理.

定义 1^[22,23] 如果存在 $u_1 \geq 0, u_2 > 0, \tau \in (0,1)$, 使得对于所有正整数 k 都有:

$$\mathbb{E} \{ \|\mathbf{x}(k)\|^2 \} \leq u_1 + u_2 \tau^k \sup_{-d \leq i \leq 0} \{ \|\mathbf{x}(i)\|^2 \} \quad (2)$$

则随机系统式(1)均方有界.

引理 1^[22,23] 定义 $\boldsymbol{\varepsilon}^T(k) = [\mathbf{x}^T(k) \quad \cdots \quad \mathbf{x}^T(k-d)]$, 考虑以下 Lyapunov 函数:

$$V[\boldsymbol{\varepsilon}(k)] = \mathbf{x}^T(k)\mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \sum_{i=k-d}^{k-1} (\mathbf{x}^T(i)\mathbf{Q}\mathbf{x}(i)) \quad (3)$$

其中 \mathbf{P} 、 \mathbf{Q} 为正定矩阵, 如果存在标量 $\sigma \geq 0, \psi > 0$, 使得以下等式成立:

$$\mathbb{E} \{ V[\boldsymbol{\varepsilon}(k+1)] | \boldsymbol{\varepsilon}(k) \} - V[\boldsymbol{\varepsilon}(k)] < \sigma - \psi \|\mathbf{x}(k)\|^2 \quad (4)$$

则随机系统式(1)均方有界.

引理 2^[23] 假设存在一个序列 $\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots$ 满足状态空间 \mathbf{Z} , 假设 $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbb{R}, c: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. 定义

$$J = \limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{T-1} \mathbb{E}(c(\mathbf{z}_k))$$

如果存在 $a \in \mathbb{R}$ 对于所有的 $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}$ 满足 $f(\mathbf{z}) \geq a$, 则性能指标有以下上界:

$$J \leq \sup_{\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbf{Z}} (c(\boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbb{E}(f(\mathbf{z}_{k+1}) | \mathbf{z}_k = \boldsymbol{\varepsilon}) - f(\boldsymbol{\varepsilon})) \quad (5)$$

引理 3^[24] 假定 $\mathbf{Y} > 0, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{w}(k)$ 是零均值高斯噪声向量且方差为 \mathbf{Q} . 令 $\boldsymbol{\eta} = (\mathbf{x} + \mathbf{w})^T \mathbf{Y} (\mathbf{x} + \mathbf{w})$, 则有:

$$\mathbb{E}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{x}^T \mathbf{Y} \mathbf{x} + \text{trace}(\mathbf{Q}\mathbf{Y}) \quad (6)$$

3 反馈控制器和事件驱动策略设计

3.1 状态反馈事件驱动控制

本小节将利用事件驱动近似二次性能指标和随机均方有界理论, 假定系统状态信息完全可测, 设计以下状态反馈控制器:

$$\mathbf{u}(k) = \begin{cases} 0, & a(k) = 0 \\ \mathbf{K}\mathbf{x}(k), & a(k) = 1 \end{cases} \quad (7)$$

其中 \mathbf{K} 为增益矩阵, 对应的闭环控制系统为:

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k-d) + \mathbf{w}(k), & a(k) = 0 \\ \mathbf{A}_1\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k-d) + \mathbf{w}(k), & a(k) = 1 \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$.

定理 1 对于给定的矩阵 $\mathbf{U} > 0$ 、标量 $\lambda \geq 0$, 如果存在正定矩阵 \mathbf{P} 、 \mathbf{Q} 、 \mathbf{Y} , 使得以下不等式成立

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_1 - \mathbf{P} + \mathbf{Y} & \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d & 0 \\ * & \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d - \mathbf{Q} & 0 \\ * & * & \mathbf{Q} - \mathbf{Y} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

使用如下事件驱动机制:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi^T(k) \begin{bmatrix} A^T P A + U & A^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \varphi(k) \\ \leq \varphi^T(k) \begin{bmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \varphi(k), a(k) = 0; \\ \varphi^T(k) \begin{bmatrix} A^T P A + U & A^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \varphi(k) \\ > \varphi^T(k) \begin{bmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \varphi(k), a(k) = 1. \end{array} \right. \quad (10)$$

其中: $\varphi^T(k) = [\mathbf{x}^T(k) \quad \mathbf{x}^T(k-d)]$, $A_1 = A + BK$. 则状态反馈增益 K 使得系统式(8)均方有界且近似二次性能指标: $J < \text{trace}(\mathbf{Q}_w P)$.

证明 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(k) = \mathbf{x}^T(k) P \mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^T(k-d) Q \mathbf{x}(k-d) + \sum_{i=1}^{i=d-1} (\mathbf{x}^T(k-i) Y \mathbf{x}(k-i)) \quad (11)$$

当 $a(k) = 1$ 时控制量被发送时有:

$$\begin{aligned} & E[V(k+1)] - V(k) \\ &= \mathbf{x}^T(k) A_1^T P A_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^T(k) A_1^T P A_d \mathbf{x}(k-d) \\ &+ E[\mathbf{x}^T(k) A_1^T P \mathbf{w}(k)] + \mathbf{x}^T(k-d) A_d^T P A_1 \mathbf{x}(k) \\ &+ \mathbf{x}^T(k-d) A_d^T P A_d \mathbf{x}(k-d) + E[\mathbf{x}^T(k-d) A_d^T P \mathbf{w}(k)] \\ &+ E[\mathbf{w}^T(k) P A_1 \mathbf{x}(k)] + E[\mathbf{w}^T(k) P A_d \mathbf{x}(k-d)] \\ &+ E[\mathbf{w}^T(k) P \mathbf{w}(k)] - \mathbf{x}^T(k) P \mathbf{x}(k) \\ &+ \mathbf{x}^T(k-d+1) Q \mathbf{x}(k-d+1) - \mathbf{x}^T(k-d) Q \mathbf{x}(k-d) \\ &+ \mathbf{x}^T(k) Y \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}^T(k-d+1) Y \mathbf{x}(k-d+1) \end{aligned} \quad (12)$$

由于 $E(\mathbf{w}(k)) = 0$, 所以有:

$$\left\{ \begin{array}{l} E[\mathbf{x}^T(k) A_1^T P \mathbf{w}(k)] = 0 \\ E[\mathbf{w}^T(k) P A_1 \mathbf{x}(k)] = 0 \\ E[\mathbf{x}^T(k-d) A_d^T P \mathbf{w}(k)] = 0 \\ E[\mathbf{w}^T(k) P A_d \mathbf{x}(k-d)] = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

另外由引理3可得:

$$E[\mathbf{w}^T(k) P \mathbf{w}(k)] = \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) \quad (14)$$

结合以上3式, 令:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) &= [\mathbf{x}^T(k) \quad \mathbf{x}^T(k-d) \quad \mathbf{x}^T(k-d+1)] \\ M &= \begin{bmatrix} A_1^T P A_1 - P + Y & A_1^T P A_d & 0 \\ * & A_d^T P A_d - Q & 0 \\ * & * & Q - Y \end{bmatrix} \end{aligned}$$

则:

$$E[V(k+1)] - V(k) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) M \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) \quad (15)$$

由条件式(9)可知 $M < 0$, 则必然存在标量 $\psi > 0$ 使得:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(k) M \boldsymbol{\varepsilon}(k) < -\psi \|\mathbf{x}(k)\|^2 \quad (16)$$

从而有:

$$E[V(k+1)] - V(k) < \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) - \psi \|\mathbf{x}(k)\|^2 \quad (17)$$

根据引理1, 此时系统式(8)均方有界.

当 $a(k) = 0$ 时, 不发送控制量, 令:

$$X = \begin{bmatrix} A^T P A - P + Y & A^T P A_d & 0 \\ * & A_d^T P A_d - Q & 0 \\ * & * & Q - Y \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} -P + Y & 0 & 0 \\ * & -Q & 0 \\ * & * & Q - Y \end{bmatrix}$$

根据系统式(8)重写式(12)为:

$$\begin{aligned} & E[V(k+1)] - V(k) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) X \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) N \boldsymbol{\varepsilon}(k) \\ &+ \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) < \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) N \boldsymbol{\varepsilon}(k) \\ &+ \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) \begin{bmatrix} A^T P A + U & A^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) \end{aligned} \quad (18)$$

由事件驱动机制式(10)可得, 当 $a(k) = 0$ 时有

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) \begin{bmatrix} A^T P A + U & A^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(k) \\ & \leq \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) \begin{bmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(k) \end{aligned} \quad (19)$$

结合式(18), (19)有:

$$\begin{aligned} & E[V(k+1)] - V(k) \\ & < \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) N \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) \begin{bmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_d \\ * & A_d^T P A_d \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(k) \\ & + \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) M \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) \end{aligned} \quad (20)$$

与上述证明类似, 可以得到:

$$E[V(k+1)] - V(k) < \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) - \psi \|\mathbf{x}(k)\|^2 \quad (21)$$

根据引理1, 此时系统式(8)均方有界.

分别取引理2中的 $f(\mathbf{x})$ 和 $c(\mathbf{x})$ 为: $f(\mathbf{x}) = V(k)$, $c(\mathbf{x}) = (1 - a(k)) \mathbf{x}^T(k) U \mathbf{x}(k)$. 当 $a(k) = 1$ 时, 近似二次性能指标:

$$\begin{aligned} J &= c(\mathbf{x}) + E[f(\mathbf{x}_{k+1})] - f(\mathbf{x}) \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) M \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \text{trace}(\mathbf{Q}_w P) \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $M < 0$, 所以有 $J \leq \text{trace}(\mathbf{Q}_w P)$, 当 $a(k) = 0$ 时, 近似二次性能指标:

$$J = c(\mathbf{x}) + E[f(\mathbf{x}_{k+1})] - f(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(k) N \boldsymbol{\varepsilon}(k)$$

$$+ \text{trace}(\mathbf{Q}_w \mathbf{P}) + \varphi^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{U} & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d \\ * & \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d \end{bmatrix} \varphi(k) \quad (23)$$

与式(19)~(21)证明类似,可得:

$$J \leq \varepsilon^T(k) \mathbf{M} \varepsilon(k) + \text{trace}(\mathbf{Q}_w \mathbf{P}) \quad (24)$$

即 $a(k) = 0$ 时有: $J \leq \text{trace}(\mathbf{Q}_w \mathbf{P})$.

定理证明完毕.

注 1 定理 1 中 \mathbf{U} 为误差权重,根据实际环境给定^[23]. 为方便调节,可以在定理 1 的事件驱动条件中增加一个阈值参数 $\lambda \geq 0$,从而可以通过修改 λ 来调节事件触发次数,以达到不同的性能指标.

3.2 输出反馈事件驱动控制

定理 1 在假定系统状态完全可测的前提下给出了基于状态反馈的事件驱动控制策略,而在实际应用中,系统状态往往不可测或只有部分可测,所以本小节将设计以下输出反馈控制器:

$$\mathbf{u}(k) = \begin{cases} 0, & a(k) = 0 \\ \mathbf{K} \mathbf{y}(k), & a(k) = 1 \end{cases} \quad (25)$$

其中 \mathbf{K} 为增益矩阵,对应的闭环控制系统为:

$$\begin{aligned} & \mathbf{x}(k+1) \\ &= \begin{cases} \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k-d) + \mathbf{w}(k), & a(k) = 0 \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k-d) + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{y}(k) + \mathbf{w}(k), & a(k) = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C}$.

定理 2 对于给定的标量 $n, \lambda > 0$, 如果存在正定矩阵 \mathbf{P}, \mathbf{Y} , 使得以下不等式成立

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} + \mathbf{Y} & 0 & \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} & \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \\ * & \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d - \mathbf{Y} + \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d & 0 & 0 \\ * & * & -\mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} + \mathbf{Y} - \mathbf{C}^T (n\mathbf{P} - \mathbf{Y}) \mathbf{C} & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \\ * & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

使用如下事件驱动机制:

$$\begin{cases} \mathbf{y}^T(k) (n\mathbf{P} - \mathbf{Y}) \mathbf{y}(k) \leq \text{tarce}[(n\mathbf{P} - \mathbf{Y}) \mathbf{R}_v] - \lambda, \\ \quad \quad \quad a(k) = 0 \\ \mathbf{y}^T(k) (n\mathbf{P} - \mathbf{Y}) \mathbf{y}(k) > \text{tarce}[(n\mathbf{P} - \mathbf{Y}) \mathbf{R}_v] - \lambda, \\ \quad \quad \quad a(k) = 1 \end{cases} \quad (29)$$

则输出反馈控制增益 \mathbf{K} 使得系统式(26)均方有界.

4 仿真算例

实验 1 考虑系统式(1)具有以下参数形式:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.1 \\ 0.0 & 0.1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}, d = 1.$$

此算例曾在文献[18]和文献[19]中被讨论过. 求解定理 1 中对应不等式得出:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1.0128 & 0 \\ 0 & 2.9180 \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.0101 & 0.0019 \\ 0.0019 & 0.3445 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0.0114 & 0.0010 \\ 0.0010 & 0.3482 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = [2.0000 \quad 2.9554].$$

文献[18]得出的控制器增益为:

$$\mathbf{K} = [2.0005 \quad 2.9051].$$

系统在 MATLAB 仿真环境下以初始零状态模拟运行 50 次,使用随机数产生相关噪声,方差 \mathbf{Q}_w 和 \mathbf{R}_v 均取 $0.05\mathbf{I}$. 使用文献[18]的控制器进行周期性控制,使用定理 1 进行事件驱动控制. 按照以下公式分别计算二次性能指标^[7].

$$J = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{T-1} (\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_c \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R}_c \mathbf{u}(k))$$

取状态加权矩阵 $\mathbf{Q}_c = 0.05\mathbf{I}$, 控制信号加权矩阵 $\mathbf{R}_c = 0.05$. 得出文献[18]传输 50 次,性能指标为 0.1921. 定理 1 中取误差权重 $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.003 \\ -0.003 & 0.3 \end{bmatrix}$, 不同的通信权重 λ 对应的控制次数和控制性能如表 1.

表 1 不同触发次数对应的性能指标

λ	0.02	0.03	0.04	0.1
控制次数	39	38	36	29
二次性能	0.1931	0.2081	0.2224	0.2640

图 2 给出了 $\lambda = 0.1$ 时使用本文定理 1 的事件驱动控制方案和文献[18]周期性控制方案时的状态轨迹和控制量变化曲线.

从图 2 可以看出,文献[18]周期控制持续输出控制量,本文事件驱动只有在状态变化超过一定程度时才会输出控制量. 与文献[18]的周期性控制相比,本文定理 1 传输率为 78% 时,性能损失 0.52%,文献[9]使用同样的性能指标与周期性控制进行比较,当传输率为 78% 时,性能损失 1.01%.

表 2 控制方案比较

控制方案	传输比率	性能比率
本文	78%	100.52%
文献[7]	78%	101.01%

取定理 2 中的 $n = 30$, 求解 LMI 得:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.3126 & 0 \\ 0 & 0.6144 \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0.1966 & -0.0028 \\ -0.0028 & 0.1550 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = [2.0000 \quad 3.0000].$$

图 3 给出了 $\lambda = 0.2293$ 时使用本文定理 2 的事件驱动策略时的状态轨迹图及事件决策序列.

从图 3(b)可以看出,事件驱动一共触发 29 次,与

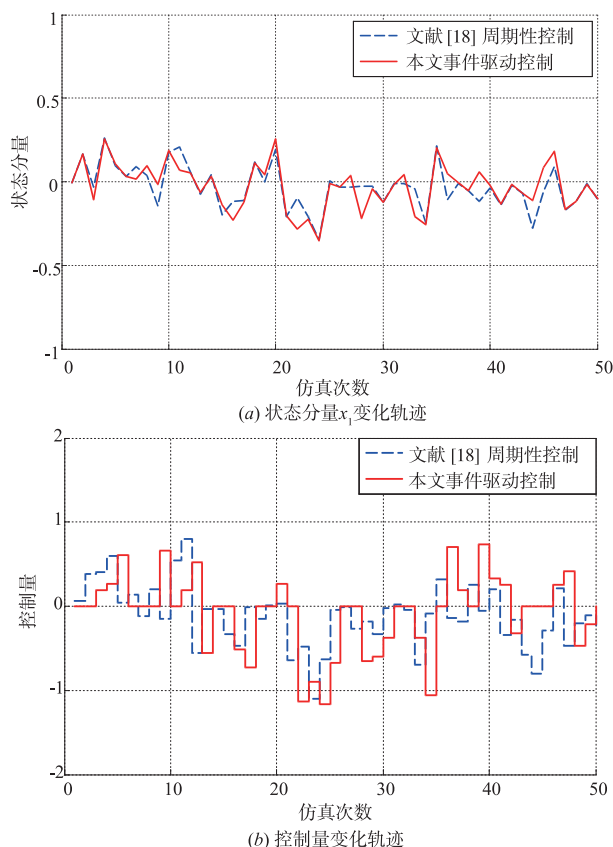


图2 状态反馈下的事件驱动与周期性控制比较

图(2)中状态反馈的触发次数相同,可以看出使用本文的输出反馈事件驱动控制策略,能够得到和状态反馈相似的控制性能。

实验2 考虑系统式(1)具有以下参数形式:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.5 \\ 0.8 & 0.1 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}.$$

求解定理2中对应LMI得出:

$$P = \begin{bmatrix} 4.5185 & 1.3491 \\ 1.3491 & 2.4948 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 3.7728 & 1.4597 \\ 1.4597 & 1.8435 \end{bmatrix},$$

$$K = [-1.0399 \quad -0.4400].$$

系统在MATLAB仿真环境下以初始状态 $\mathbf{x} = [1 \quad 2]^T$ 模拟运行50次,噪声方差 Q_w 和 R_v 均取 $0.05I$. 通信权重 $\lambda = 0.3$,图4给出了时滞为2、5、10时状态分量 \mathbf{x}_2 的变化轨迹图。

表3给出了时滞为2、5、10对应的状态反馈事件触发次数及性能指标。

表3 不同时滞对应的触发次数与性能指标

时滞	$d=2$	$d=5$	$d=10$
控制次数	25	32	43
二次性能	0.5405	0.7943	1.1336

从图4和表3可以看出,随着时滞的增加,系统的收敛速度逐渐变慢,事件驱动触发次数逐渐增加,系统

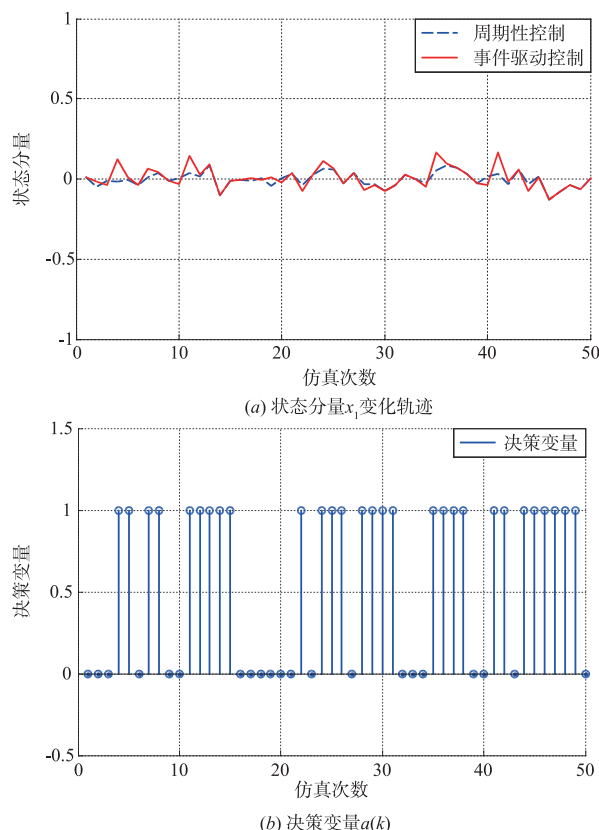


图3 输出反馈下的事件驱动与周期性控制比较

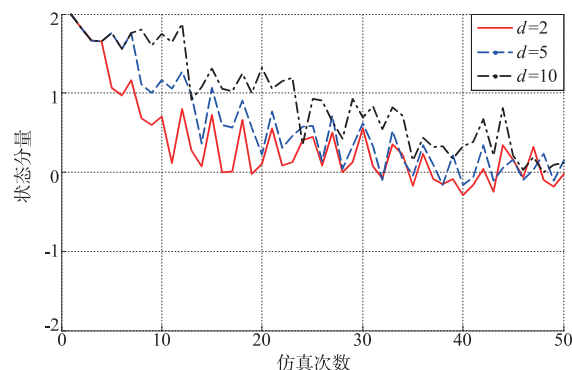


图4 不同时滞对应的状态分量轨迹变化图

性能也逐渐变差,当时滞大到周期性控制都无法保证系统性能时,事件驱动将不再触发。

实验3 文献[25]针对具有执行器故障的时滞随机系统提出一种基于控制量事件驱动容错控制策略:

$$\begin{cases} \Delta^T(k) X \Delta(k) - \mathbf{x}^T(k) Q \mathbf{x}(k) < 0, a(k) = 0 \\ \Delta^T(k) X \Delta(k) - \mathbf{x}^T(k) Q \mathbf{x}(k) \geq 0, a(k) = 1 \end{cases}$$

注意到文献[28]中的系统式(1)如果取以下参数:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, d(k) = 1.$$

则可以得到与本文系统式(1)完全相同的形式. 使用实验2的系统参数求解文献[25]定理2得出:

$$X = 4.7, K = [-1.0271 \quad -0.4455],$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.2702 & -0.0018 \\ -0.0018 & 0.3012 \end{bmatrix}.$$

本文方案仍然使用实验 2 的求解结果,取阈值参数 $\lambda = 0.3$,令 $d = 1$,系统在 MATLAB 仿真环境下以初始状态 $x = [1 \quad 2]^T$ 模拟运行 50 次,使用同样的噪声参数,图 5 给出了使用文献[25]定理 2 的事件驱动机制和本文定理 1 事件驱动机制的状态变化图:

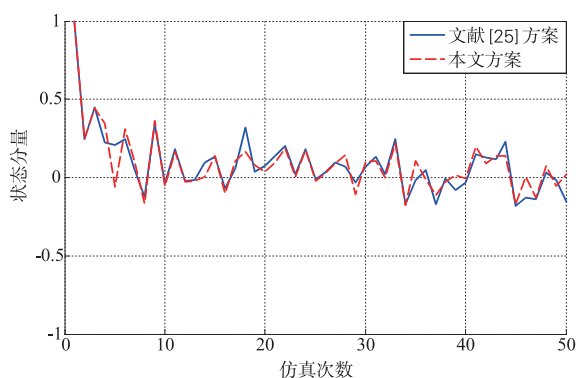


图5 本文策略与文献[25]策略比较

在系统演化过程中,使用文献[25]策略时事件触发 34 次,使用本文策略事件触发 32 次,此外从图 5 可以看出,本文策略控制下的系统状态较文献[25]更加平稳.

5 结论

针对状态时滞随机系统,在均方有界理论的基础上,同时考虑控制输入和事件决策,分别设计了基于状态反馈和输出反馈的控制器和事件驱动策略.最后,通过实验进行了仿真,系统性能通过二次性能指标量化,通过与现有文献的对比,证明了所提出事件驱动策略可以有效减少通信负载,延长无线传感网络的使用寿命,同时保持系统的控制性能.

参考文献

- [1] Antunes D J, Khashooei B A. Consistent dynamic event-triggered policies for linear quadratic control [J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2018, 5(3): 1386 - 1398.
- [2] 王宏伟,连捷,夏浩. 通讯资源受限网络系统的非均匀采样切换控制[J]. 电子学报, 2018, 46(11): 2597 - 2603. WANG Hong-wei, LIAN Jie, XIA Hao. Non-uniformly sampled switched control for communication resource constrained network systems [J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(11): 2597 - 2603. (in Chinese)
- [3] 龚海刚,刘明,余昌远,等. 无线传感器网络环境下基于事件驱动应用的节能 TDMA 协议[J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1843 - 1848.
- [4] GONG Hai-gang, LIU Ming, YU Chang-yuan, et al. An energy-efficient event driven TDMA protocol for wireless sensor network [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(10): 1843 - 1848. (in Chinese)
- [5] Borgers D P, Dolk V S, Heemels W P M H. Riccati-based design of event-triggered controllers for linear systems with delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(1): 174 - 188.
- [6] 蔺想红,张田文. 指数突触电导 IF 神经元模型及事件驱动模拟策略[J]. 电子学报, 2008, 36(8): 1495 - 1501. LIN Xiang-hong, ZHANG Tian-wen. An integrate-and-fire neuron model with exponential synaptic conductances for event-driven simulation strategy [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(8): 1495 - 1501. (in Chinese)
- [7] Ding L, Han Q, Ge X H, Zhang X M. An overview of recent advances in event-triggered consensus of multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(4): 1110 - 1123.
- [8] Khashooei B A, Antunes D J, Heemels W P M H. Output-based event-triggered control with performance guarantees [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(7): 3646 - 3652.
- [9] Zhang C H, Yang G H. Event-triggered practical finite-time output feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(10): 3078 - 3092.
- [10] Qi Y W, Zeng P Y, Bao W, et al. Event-triggered robust H_∞ control for uncertain switched linear systems [J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(15): 3172 - 3185.
- [11] Yang Y, Yue D. NNs-based event-triggered consensus control of a class of uncertain nonlinear multi-agent systems [J]. Asian Journal of Control, 2019, 21(2): 660 - 673.
- [12] Sun Y M, Yu J Y, Li Z C. Event-triggered finite-time robust filtering for a class of state-dependent uncertain systems with network transmission delay [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2019, 66(3): 1076 - 1089.
- [13] Zou Y Y, Wang, Q, Jia T G, et al. Multirate event-triggered MPC for NCSs with transmission delays [J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2016, 35(12): 4249 - 4270.
- [14] Xing M L, Deng F Q. Dynamic output feedback control for stochastic networked control systems based on a periodic event-triggered mechanism [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(7): 1975 - 1984.
- [15] 齐国元,陈增强,薛薇,等. 一类新型非线性随机系统微

- 分状态估计器和控制器[J]. 电子学报, 2004, 32(4): 693-696.
- QI Guo-yuan, CHEN Zeng-qiang, Xue Wei, et al. A new differential state estimator and controller for nonlinear stochastic system[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 693-696. (in Chinese)
- [15] Wang B, Meng X, Chen T. Event based pulse-modulated control of linear stochastic systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(8): 2144-2150.
- [16] Cogill R. Event-based control using quadratic approximate value functions [A]. 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference [C]. Shanghai: IEEE, 2009. 5883-5888.
- [17] Berkel F, Liu S. An event-triggered output-based model predictive control strategy[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2019, 6(2): 822-832.
- [18] Boukas E K. Discrete-time systems with time-varying time delay: stability and stabilizability[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2007, 2006(1): 369-376.
- [19] Chen J, Lin C, Chen B, et al. Static output-feedback stabilisation for discrete time-delay systems [A]. 35th Chinese Control Conference (CCC) [C]. Chengdu: IEEE, 2016. 5814-5818.
- [20] Zemouche A, Boutayeb M. Observer synthesis method for lipschitz nonlinear discrete-time systems with time-delay: an LMI approach [J]. Applied Mathematics & Computation, 2011, 218(2): 419-429.
- [21] Shi P, Boukas E K, Agarwal R K. Control of markovian jump discrete-time systems with norm bounded uncertainty and unknown delay [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(11): 2139-2144.
- [22] Alavi S M M, Saif M. Fault detection in nonlinear stable systems over lossy networks [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(6): 2129-2142.
- [23] Wang Z, Yang F, et al. H^∞ robust filtering for stochastic time-delay systems with missing measurements [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(7): 2579-2587.
- [24] Cogill R, Lall S, Hespanha J P. A constant factor approximation algorithm for event-based sampling [A]. 2007 American Control Conference (ACC) [C]. New York: IEEE, 2007. 305-311.
- [25] Gao Y, Li Y J, Peng L, et al. Design of event-triggered fault-tolerant control for stochastic systems with time-delays [J]. Sensors, 2018, 18(6): 1-15.

作者简介



高毅 男, 1984年4月出生于山西省襄垣县, 2019年6月江南大学控制科学与工程专业博士研究生毕业, 获得工学博士学位. 主要研究方向为无线传感器网络、事件驱动控制.
E-mail: 7151905009@vip.jiangnan.edu.cn



李云骥 男, 1991年4月出生于江苏省无锡市, 2018年12月江南大学控制科学与工程专业博士研究生毕业, 获得工学博士学位. 主要研究方向为无线传感器网络、远程状态估计、多跳网络等.
E-mail: 7141905009@vip.jiangnan.edu.cn



彭力 男, 1967年3月出生于河北省唐山市, 2002年6月北京科技大学控制理论与控制工程专业博士研究生毕业, 获得工学博士学位. 现为江南大学教授, 博士生导师. 主要从事无线传感器网络、视觉物联网的相关研究.
E-mail: pengli@jiangnan.edu.cn